

演習問題 1

問 1 [あ] _____ [い] _____
 [う] _____

問 2 (i) aa のみで子孫を残す確率が低下する場合。

$W_0=W_1=1, W_2=1-s$ ($0 < s \leq 1$) を式 2 に代入すると,

$$\text{[式 3]} \Delta q' = \frac{q_1 - q_0}{1 - s} \dots \text{[ア]}$$

aa が致死の場合, 式 3 に $s=1$ を代入し, $p=1-q$ より,

$$\text{[式 4]} \Delta q' = -q_1 < 0 \dots \text{[イ]}$$

最初の自然選択の効果は $\Delta q' = q_1 - q_0$ となるので, 式 4 から,

$$-q_1 = q_1 - q_0$$

$$\text{[式 5]} q_1 = \frac{q_0}{2} \dots \text{[ウ]}$$

同様にして,

$$q_2 = \frac{q_1}{2} = \frac{q_0}{4}$$

$$q_3 = \frac{q_2}{2} = \frac{q_1}{4} = \frac{q_0}{8}$$

となることから,

$$\text{[式 6]} q_n = \frac{q_0}{2^n} \dots \text{[エ]}$$

(「と推定でき, これを数学的帰納法により示す」のが数学的には正しいが割愛)

(ii) A が子孫を残す確率を低下させる場合。

$W_0=W_1=1-t$ ($0 < t \leq 1$), $W_2=1$ を式 2 に代入すると,

$$\Delta q' = \frac{q_1 - q_0}{1 - t} > 0$$

(iii) Aa が子孫を残す確率は一定で, AA と aa では子孫を残す確率が異なる場合。

$W_0=1-t, W_1=1, W_2=1-s$ を式 2 に代入し, $p=1-q$ より,

$$\text{[式 7]} \Delta q' = \frac{q_1 - q_0}{1 - tq_1 - sq_2} \dots \text{[オ]}$$

$pq > 0, 1 - tq_1 - sq_2 > 0$ より, 式 7 の正負は $pt - qs$ の正負に依存するから,

$pt - qs > 0 \Leftrightarrow$ ならば $\Delta q' > 0$ となり, a の頻度は増加

$pt - qs < 0$ ならば $\Delta q' < 0$ となり, a の頻度は減少

$pt - qs = 0$ ならば $\Delta q' = 0$ となり, a の頻度は一定

となり、 a の頻度が一定になる場合、 q は s と t をもちいて、

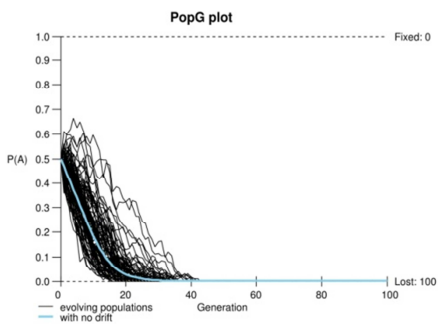
$$[式 8] \quad q = \frac{1}{1 + \frac{st}{p^2}} \quad (\because p+q=1 \text{ より})$$

とあらわせる。

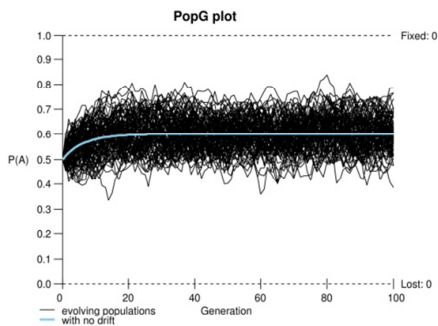
問 3 頻度



以下、シミュレーションソフト (<http://evolution.gs.washington.edu/popg/>) により作成



$W_0=W_1=0.8, W_2=1$ の時



$W_0=0.8, W_1=1, W_2=0.7$ の時

問 4 (1) 遺伝子型 aa の個体は生殖適齢期までに死亡するため、 $W_2 = _ \Leftrightarrow s = _$ であるから、式 8 より、

$$= \frac{1}{1 + \frac{st}{p^2}} \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{1}{1 + \frac{st}{p^2}}$$

なので、 $W_0 = _ = _ = _ = _$

(2) 現在の鎌状赤血球貧血症者（遺伝子型 aa）の頻度は、

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

であり、第 n 世代の遺伝子 a の頻度は、式 6 および $q_0=0.1$ より、

$$q_n = \underline{\quad}$$

であるから、第 n 世代の鎌状赤血球貧血症者の頻度は、

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

ここで、第 n 世代で初期の 1/9 の頻度で鎌状赤血球貧血症者が見られるとすると、満たすべき条件は、

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

となり、これを満たすような n は、 $n = \underline{\quad}$ (世代) …(答)